



線形計画法とは、与えられた条件から最大の効果を求めるために用いられる技法である。

グラフによる解法の手順は次のとおり。

STEP1. 問題の制約条件をテーブル(表)にまとめる。

STEP2. テーブル(表)から制約条件式(一次不等式)作成し目的関数(最大利益を得るための条件式)を記述する。

STEP3. 制約条件式を等式にしたグラフ(一次関数)を作成し、不等式の領域を図示する。

STEP4. グラフから連立方程式を解いて基底解(多角形の頂点の座標)を求める。

STEP5. 基底解を目的関数に代入し、結果が最大になる基底解(最適解)を決定する。

例題1 ある工場で製品A、Bを生産している。製品Aを1個製造するのに、原料P、Qをそれぞれ8トン、6トン必要とし、製品Bについてもそれぞれ2トン、3トン必要とする。また、製品A、Bは、それぞれ1個あたり3万円、1万円の利益を生む。しかし、原料Pは18トン、原料Qは15トンしかない。

利益を最大にする生産量を求めなさい。

STEP1

問題の制約条件を表にまとめる。

	製品A	製品B	使用可能量
原料P	3	2	18
原料Q	6	3	15
製品1個当たりの利益	3	1	

STEP2

制約条件式と目的関数を式化する。

製品A、Bの生産量を x 、 y で表すと、

・制約条件式

$$\begin{cases} \text{原料P: } 8x+2y \leq 18 \rightarrow 4x+2y \leq 9 \\ \text{原料Q: } 6x+3y \leq 15 \rightarrow 2x+y \leq 5 \end{cases}$$

・非負条件: $x \geq 0, y \geq 0$

・目的関数:

$$\text{利益: } f(x, y) = 3x + 1y \rightarrow \max$$

STEP3

制約条件式を等式に直し、グラフを作成する。

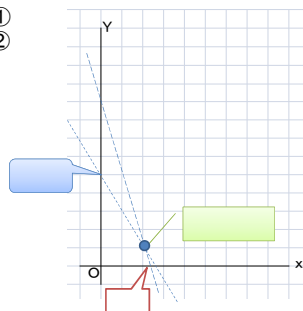
$$\begin{cases} 4x+y=9 \rightarrow y=-4x+9 \dots \textcircled{1} \\ 2x+y=5 \rightarrow y=-2x+5 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

グラフを右の座標軸に描きなさい。
制約条件式の領域は編みかけ部分

連立方程式

$$\begin{cases} 4x+y=9 \dots \textcircled{1} \\ 2x+y=5 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

を解くと、 $x=2, y=1$



STEP4

2つの制約条件式グラフの共通する編みかけの部分に解が存在することになる。
編みかけ部分の四角形の頂点を基底解という。
基底解は、

(0, 0)、(0, 5)、(2, 1)、(2.25, 0)

STEP5

上記の基底解をそれぞれ目的関数 $f(x,y)=3x+y$ に代入する。

利益 $f(0, 0) =$

利益 $f(0, 5) =$

利益 $f(2, 1) =$

利益 $f(2.25, 0) =$

となる。

したがって、目的関数を最大にする基底解(2, 1)が最適解となり製品Aを 個と製品Bを 個生産すれば、最大利益 を得ることができる
